

Stappenplan: een wiskundige spons bouwen

Met dank aan dr. Jeanette McLeod en dr. Phil Wilson van Maths Craft Nieuw-Zeeland (www.mathscraftnz.org) die toestemming gaven om hun materiaal te gebruiken voor niet-commerciële doeleinden.

Materiaal

* 120 rechthoekjes van 4,9 cm x 8 cm (wit papier, dikte 180g/m²)

TIP: Je kan die rechthoekjes in een speciaalzaak laten snijden uit een blok A3 wit tekenpapier 180 g (70 vellen).

* 11 x blz. 6 (A4 formaat, kopieerpapier)

* schaar of snijmachine

Stappen

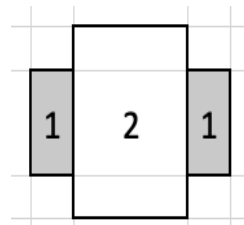
DEEL 1: 1 kubusje maken

Stap 1: 2 rechthoekjes

In dit stappenplan wordt elke kaartje in een verschillende kleur voorgesteld.

Leg de kaartjes boven elkaar zoals in de figuur:

1 stelt delen van de voorkant van het 1^{ste} kaartje voor, 2 stelt de voorkant van het 2^{de} kaartje voor.

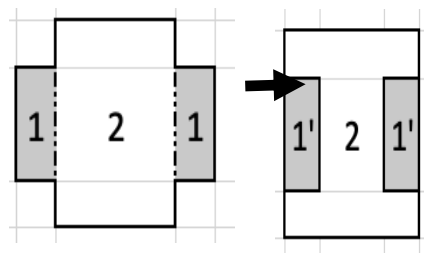


Stap 2:

Vouw beide delen 1 met een dalvouw en langs de gestippelde lijnstukken, over 2.

(Een dalvouw is een vouw waarbij de vouwlijn na de vouw niet meer zichtbaar is).

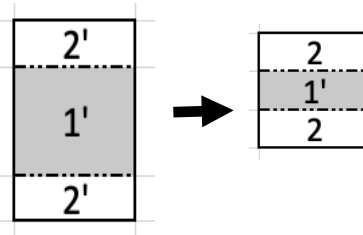
1' stelt delen van de achterkant van het 1^{ste} kaartje voor.



Stap 3:

* Draai alles om.

2' stelt de delen van de achterkant van het 2^{de} kaartje voor.



Vouw beide delen 2' met een dalvouw en langs de gestippelde lijnstukken, over 1'.

Stap 4:

* Maak de kaartjes los van elkaar.

* Ga met je nagel nog eens over elke vouw zodat die vouw goed aangedrukt is (of scherp is).

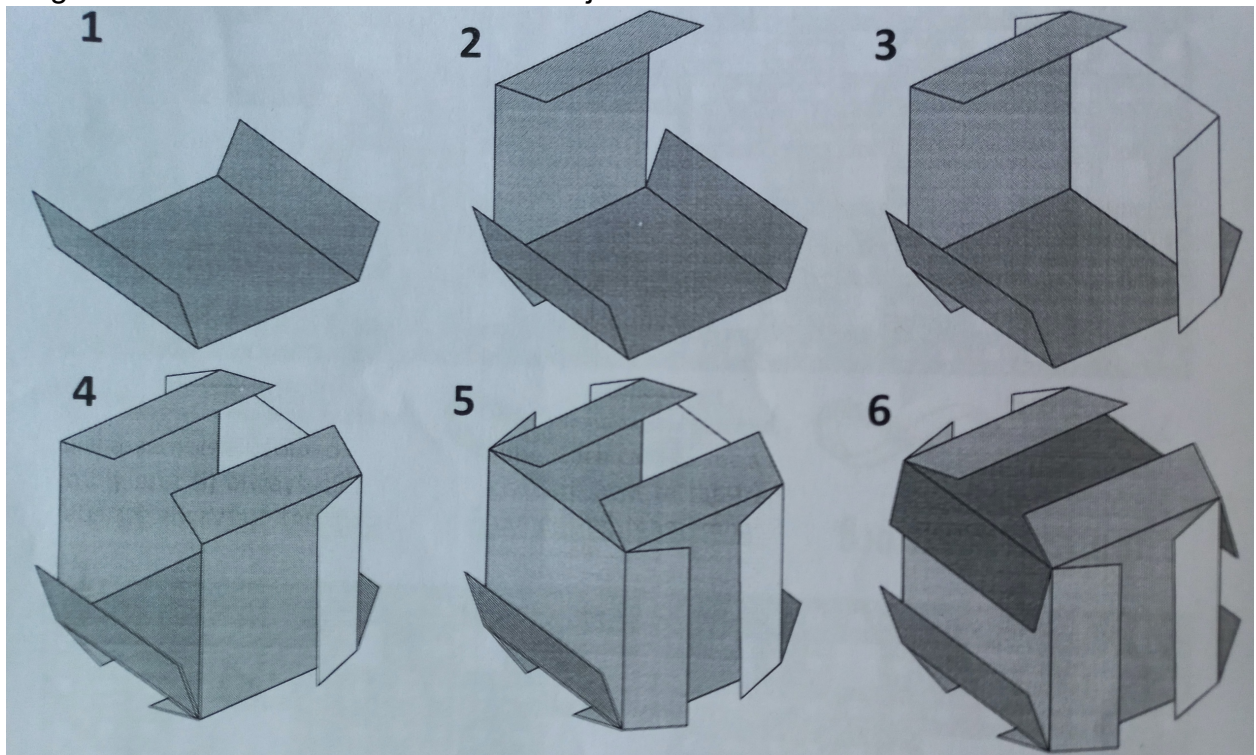
Beide rechthoekjes zijn gevouwd tot een vierkant met flapjes aan 1 paar overstaande zijden.

Stap 5: 4 rechthoekjes

Herhaal nog 2x stappen 1 tot en met 4 zodat je in het totaal 6 vierkantjes met flapjes hebt. Deze vierkantjes zullen de zijvlakken vormen van het kubusje

Stap 6: 6 vierkantjes met flapjes

Volg onderstaand schema om een kubusje in elkaar te steken.



Je ziet dat de flapjes van een vierkant altijd naast een flapjes-vrije zijde van een aangrenzend vierkant zitten. En alle flapjes bevinden zich aan de buitenkant van de kubus.

Stap 7:

Maak nog 19 kubusjes (stap 1 tot en met stap 6).

Met de kubusjes gaan we “gatenkubus” in elkaar steken.
Lees eerst de uitleg. Bij stap 8 beginnen we te bouwen:

UITLEG:

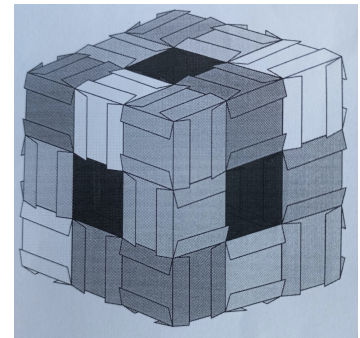
Hiernaast zie je een kubus die opgebouwd is met 27 kubusjes.

Men kan in deze kubus gaten maken door in elk zijvlak het middelste kubusje te verwijderen. Men verwijdert ook het kubusje in het midden van deze kubus.



Om zo'n gatenkubus te maken hebben we 20 kubusjes nodig.

Eerst leren we 2 kubusjes aan elkaar te bevestigen.



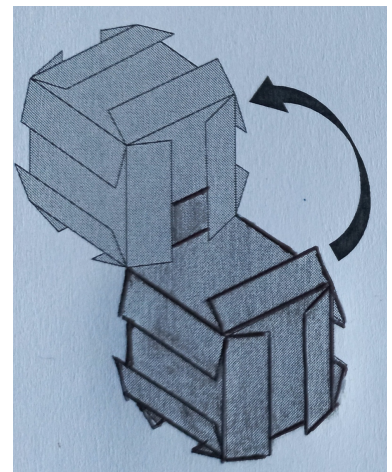
DEEL 2: 2 kubussen aan elkaar bevestigen

STAP 8: 2 kubussen

In nebenstaande figuur zijn de 2 kubussen voorgesteld als een grijze en zwarte kubus.

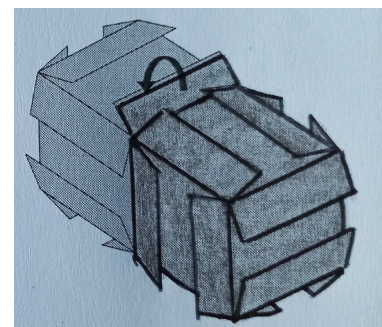
* Schuif een flapje van de zwarte kubus onderaan tussen 2 flapjes van de grijze kubus (zie figuur).

* Draai in een vloeiende beweging de zwarte kubus naar omhoog tot de 2 kubussen tegen elkaar zitten.



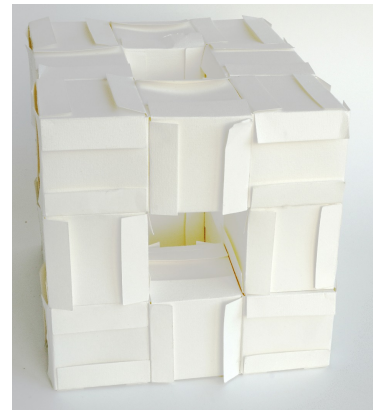
STAP 9:

Steek het bovenste flapje van de zwarte kubus aan de bovenkant tussen de 2 flapjes van de grijze kubus (dit is soms wat friemelwerk).



DEEL 3: de kubus met gaten samenstellen

Stap 10:
Bevestig alle 20 kubussen aan elkaar zodat je nevenstaande figuur bekomt.



DEEL 4: een wiskundige spons maken

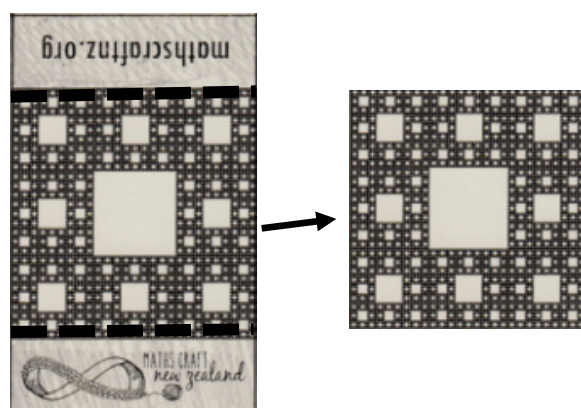
Als men van de kubus met gaten een wiskundige spons wil maken, dan worden in de 20 kubusjes terug gaten gemaakt: in elk zijvlak van een kubusje wordt een kleiner kubusje weggenomen en ook het middelste kubusje wordt weggenomen. Zo wordt elk kubusje een miniversie van de kubus met gaten die je gebouwd hebt.

*En elk kubusje kan men opnieuw zien als een kubus bestaande uit 20 mini-kubusjes. En terug kan je in die mini-kubusjes gaatjes maken... en zo gaat dit altijd maar door en door en zo krijgt men een wiskundige spons die **de spons van Menger** noemt. Het is duidelijk dat je in de 20 kubusjes, geen gaten kunt maken. Toch kan je met een trucje van je kubus een spons van Menger maken.*

Stap 11: schaar of snijmachine – 11 x blz. 6
Knip van elk blad de 9 rechthoekjes uit. *In totaal heb je dan 99 rechthoekjes.*

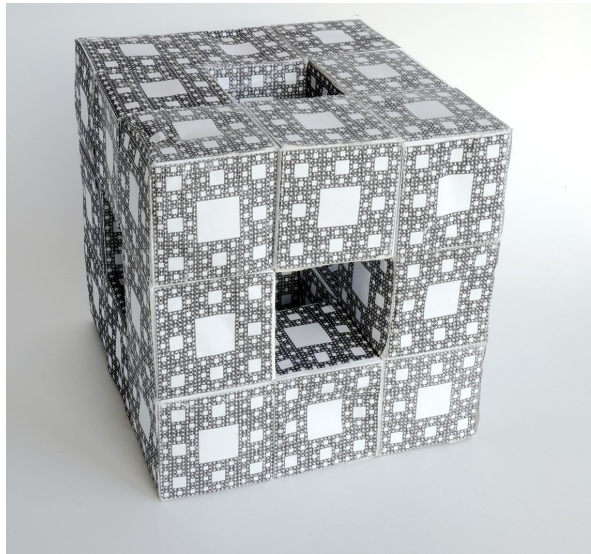
Stap 12:
Vouw de lichtgrijze delen van elk rechthoekje volgens de streeplijnen om.

*Zo krijg je vierkantjes met 2 flapjes eraan.
De witte vlakjes van het vierkantje stellen gaatjes voor. Er zijn 5 soorten gaten te zien.*



Stap 13: *gatenkubus (samengesteld met 20 kubusjes)*
Bedek elk zijvlak van een kubusje met een vierkantje. Steek de flapjes ergens tussen zodat ze niet zichtbaar zijn langs de buitenkant.

Dit is het eindresultaat:



Als je de witte vlakjes ook als gaten bekijkt, zie je in deze “gatenkubus” 6 soorten gaten. Bij een echte spons van Menger gaat die constructie van gaten altijd maar verder door.

